

Modelagem da Evolução da Curva PD: Inadimplentes Preventivos

Helder Rojas ¹

¹hmolina@santander.com.br

Resumo

O objetivo deste estudo é avaliar o tempo de performance (tempo de observação) na evolução do número de *defaults*, ou seja, avaliar a coerência entre o critério de marcação de maus (dias de atraso) e o tempo de performance necessário para um determinado critério. Nossa proposta é baseada na modelagem da evolução temporal do número de *defaults* expressos em termos de uma equação diferencial, em que a estabilidade dos parâmetros do modelo (em particular da taxa de crescimento contínuo) é o critério utilizado para a avaliação da tempo de performance. Para explicar nossa proposta, primeiro analisaremos o carteira Unificado e em seguida, apresentaremos os resultados para a carteira de Reorganizados.

Carteria Unificado

Nos gráficos a seguir, mostramos a evolução observada do número de *defaults* (por cada 1000 clientes) para 30 e 60 dias de atraso.

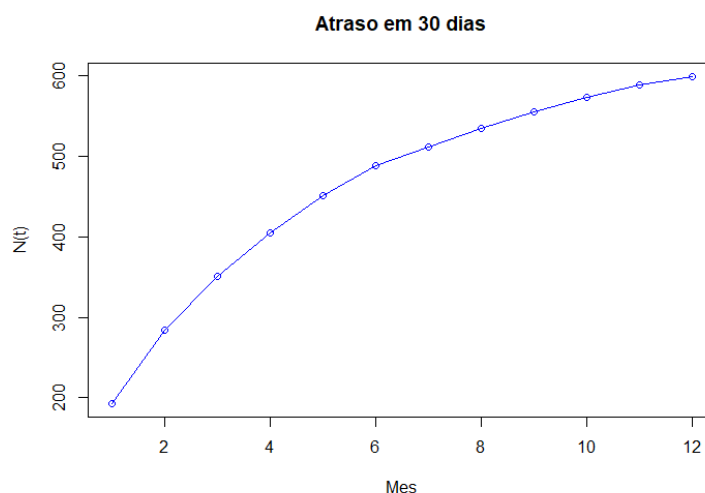


Figura 1: Atraso em 30 dias

Fonte: Validação Interna

Sabe-se que a evolução de defaults tem duas fases: Uma primeira fase em que o crescimento é acelerado e uma segunda fase em que o crescimento é desacelerado à medida que se aproxima de um teto. A curva de atraso de 30 dias (gráfico 1), apresenta essas duas fases da evolução. Na curva de evolução de 60 dias de atraso (gráfico 2), é mais difícil observar as duas fases, porque a curva ainda não parece se aproximar de seu teto. Nos casos em que se observa que a curva ainda esta longe de atingir seu teto, os resultados não são totalmente conclusivos. Em qualquer caso, são resultados parciais com as informações disponíveis até então.

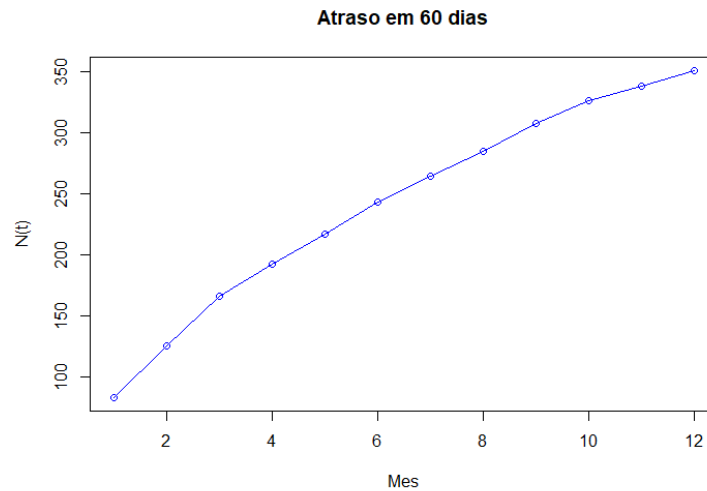


Figura 2: Atraso em 60 dias

Fonte: Validação Interna

Portanto, um modelo adequado para a curva de evolução *defaults* deve incorporar um crescimento exponencial na primeira fase da evolução, além de um teto (que chamaremos de *suporte*), e um crescimento logístico na segunda fase, nesta segunda fase, o crescimento será divergir à medida que a curva se aproxima a seu suporte. Um modelo que atende bem esses requisitos, além de ser simples por ter soluções analíticas, é o *modelo de crescimento logístico*.

Modelo de Crescimento Logístico

Denote por $N(t)$ o número de *defaults* (com dias de atraso fixado) no momento t . Considere r sendo a taxa de crescimento contínuo (per capita) e K o suporte¹. O modelo de crescimento logístico apresentado constitui uma equação diferencial com valor inicial N_0 dado por:

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = r \left(1 - \frac{N}{K} \right) N. \\ N(0) = N_0. \end{cases} \quad (1)$$

Este possui uma solução analítica da forma:

$$N(t) = \frac{K}{1 + \left(\frac{K - N_0}{N_0} \right) \exp(-rt)}. \quad (2)$$

O modelo é completamente determinado por dois parâmetros e um valor inicial da curva. Ao movimentar os parâmetros do modelo, podemos obter várias configurações da curva (gráfico 3), isso dá uma idéia da flexibilidade do modelo para ajustar os dados observados.

¹Este limite em geral é estabelecido pelas políticas internas da carteira

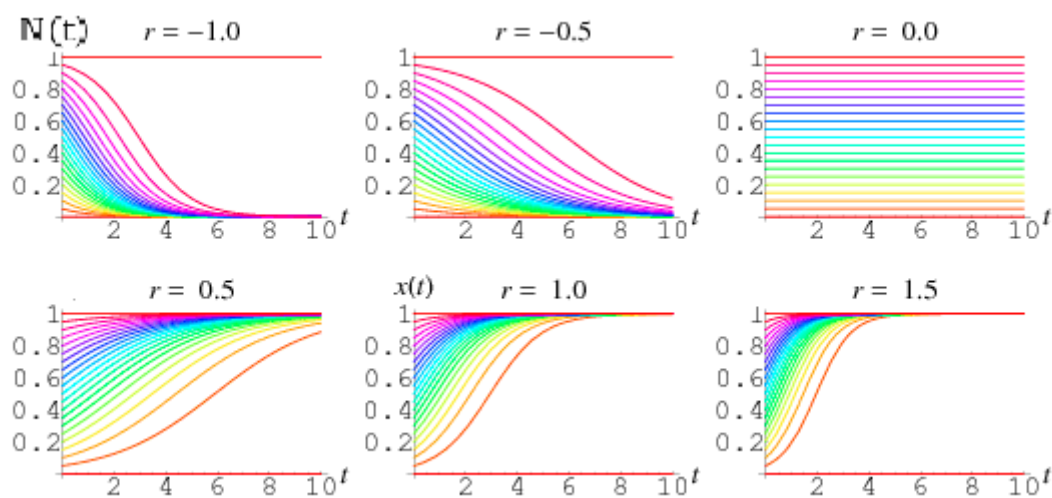


Figura 3: Variação da solução variando os parâmetros

Fonte: Validação Interna

Ajustando o Modelo aos Dados

O ajuste é realizado por meio de método dos *Mínimos Quadrados não Lineares*. Os resultados são apresentados a seguir:

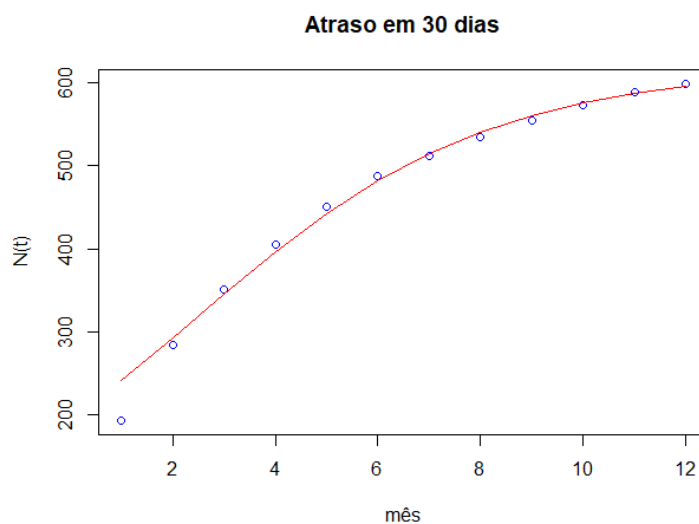


Figura 4: Ajuste do Atraso 30 dias

Fonte: Validação Interna

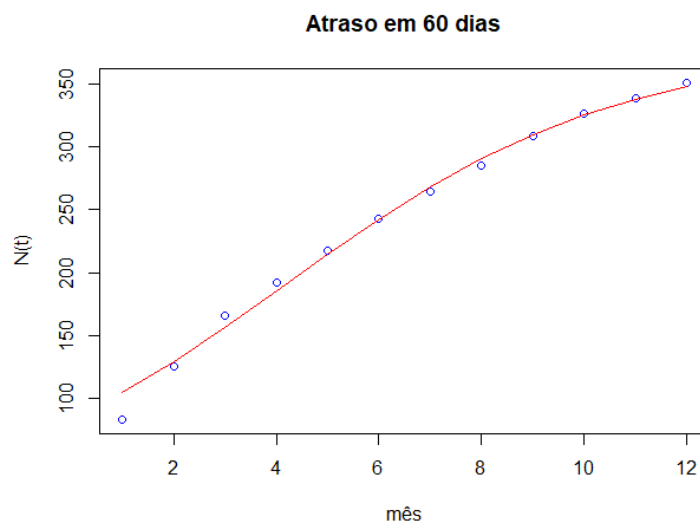


Figura 5: Ajuste do Atraso 60 dias

Fonte: Validação Interna

A partir dos gráficos acima, vemos que o modelo se ajusta muito bem aos dados.

Avaliação do Tempo de Performance

Como mencionamos anteriormente, como o modelo é bem adequado aos dados, utilizaremos a *análise de estabilidade* de seus parâmetros como critério para avaliar quanto tempo de observação é necessário em cada caso. O critério será o seguinte: O modelo será reajustado sequencialmente para cada inclusão mensal de dados. Como no caso da carteira Unificado possui 12 meses de observação, o modelo será reajustado 12 vezes e para cada reajuste, o valor de seus parâmetros será registrado. Os resultados são apresentados a seguir:

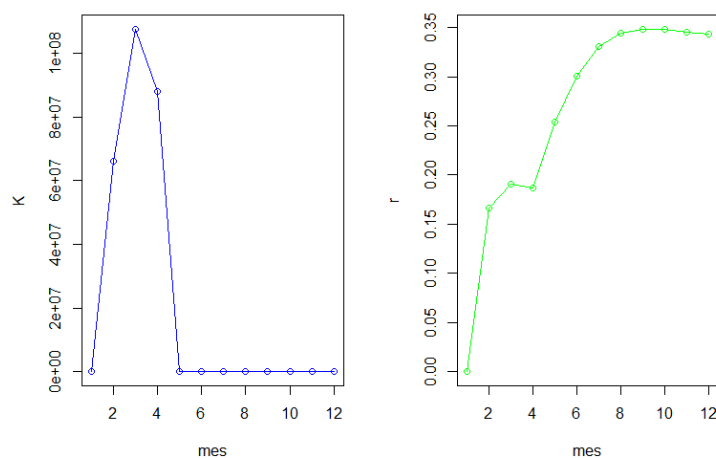


Figura 6: Parâmetros para ajuste do modelo com 30 dias de atraso

Fonte: Validação Interna

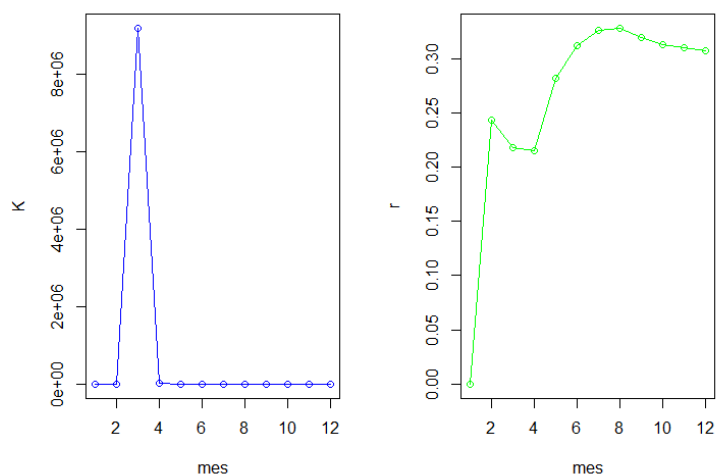


Figura 7: Parametros para ajuste do modelo com 60 dias de atraso

Fonte: Validação Interna

Nossos critérios de avaliação serão baseados principalmente na estabilidade do parâmetro da taxa de crescimento (no caso, r). Para fins de comparação, apresentamos as duas curvas sobrepostas. O objetivo é identificar se a curva do parâmetro já está estável.

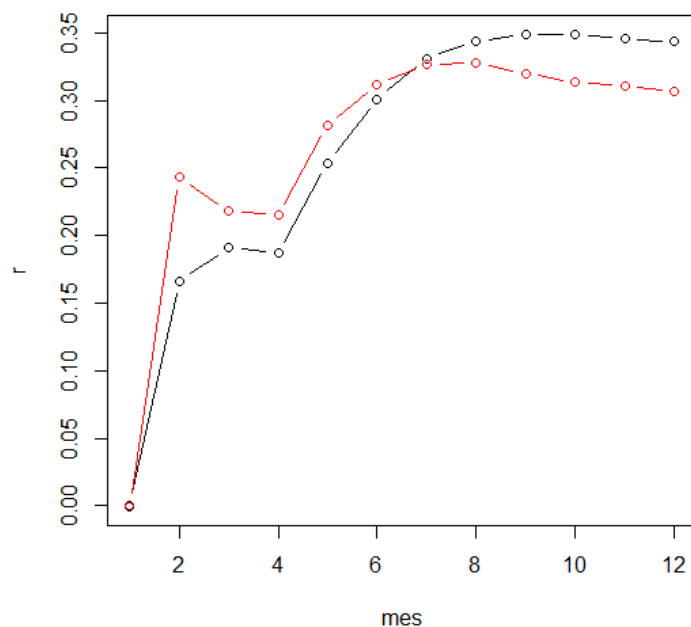


Figura 8: Sobreposição do parâmetro r - Unificado

Fonte: Validação Interna

No gráfico, a linha preta corresponde a 30 dias de atraso e a linha vermelha corresponde a 60 dias de atraso. O gráfico 8 permite interpretar previamente que a curva correspondente aos 30 dias de atraso atingiu estabilidade. Assumindo esta como hipótese, podemos afirmar que existe um consenso entre a dinâmica temporal dos dados parciais a partir do mês 8. Em outras palavras, podemos dizer que, levando em consideração o modelo proposto, bastaria observar até o oitavo mês para chegar às mesmas conclusões que com os 12 meses. Caso contrário, ocorre com a curva correspondente aos 60 dias de atraso e nesse caso, a curva da evolução da taxa de crescimento aparenta não ter atingido estabilidade. Isso está relacionado ao fato de que a curva de evolução da inadimplência ainda não mostrar claramente a segunda fase de desaceleração e portanto, o limite de suporte calculado pelo modelo ainda não é confiável.

Portanto, as conclusões de VI, em relação ao carteira Unificado são as seguintes: Se levarmos em consideração 30 dias de atraso, o tempo de performance necessário será de 8 meses de observação. E se estiver com 60 dias de atraso, é recomendável observar por um período mais longo (por exemplo: algo entre 10 e 12 meses).

Resultados - Carteira Reorganizado

Seguindo o mesmo procedimento da carteira Unificado, ajustamos ou modelamos os dados da carteira Reorganizados e obtemos um ajuste satisfatório. O gráfico 9 a seguir mostra a análise de estabilidade do parâmetro de taxa de crescimento (no caso, r) para a carteira de Reorganizado. Os resultados são muito similares ao caso anterior.

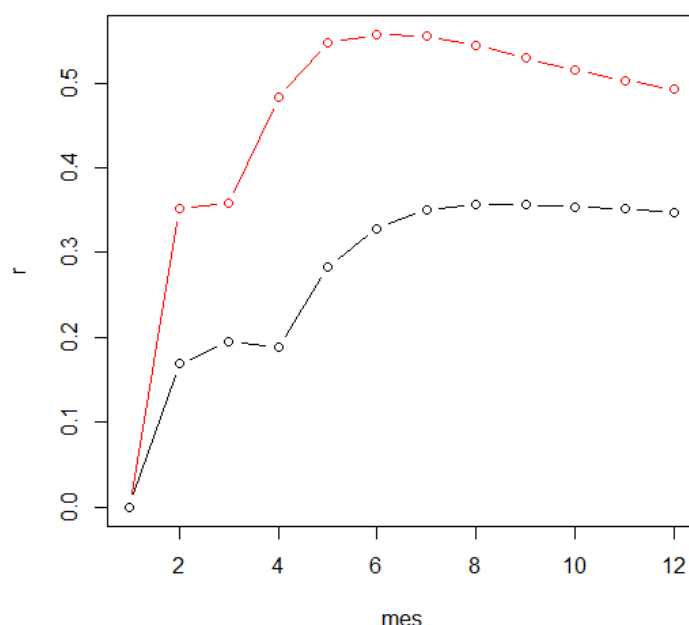


Figura 9: Sobreposição do parâmetro r - Reorganizado

Fonte: Validação Interna

No gráfico, a linha preta corresponde a 30 dias de atraso e a linha vermelha corresponde a 60 dias de atraso. O gráfico 9 permite interpretar previamente que a curva correspondente aos 30 dias de atraso atingiu estabilidade. Isso significa que existe um consenso entre a dinâmica temporal dos dados parciais a partir do mês 6 para frente. Em outras palavras, podemos dizer que, levando em consideração o modelo proposto, bastaria observar até o sexto ou o sétimo mês para chegar às mesmas conclusões que com os 12 meses. Caso contrário, ocorre com a curva correspondente aos 60 dias de atraso, a curva da evolução da taxa de crescimento parece ser que ainda não atingiu sua estabilidade, isso está relacionado ao fato de a curva de evolução da inadimplência ainda não mostrar claramente a segunda fase de desaceleração e, portanto, o limite de suporte calculado pelo modelo ainda não é confiável.

Portanto, as conclusões de VI, em relação ao carteira Reorganizado, são as seguintes: Se levarmos em consideração 30 dias de atraso, o tempo de performance necessário será de 6 meses de observação. E se estiver com 60 dias de atraso, é recomendável observar por um período mais longo, por exemplo, 10 a 12 meses.